|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Место занятия в расписании** | **Тема** | **Цели** | **Задачи** | **Контрольные вопросы и задания** | **Д/з** |
| Дата | 10.11.21 | **Исследование функций методами дифференциального исчисления.** | Дидактическая | Закрепить умения и навыки применения производной для решения задач, изучить приложения производной для исследования функции на монотонность, эксремум, выпуклость, вогнутость и точки перегиба, на наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке, начать формирование умений и навыков исследования функций методами дифференциального исчисления.  | 1) Закрепить знания, умения и навыки по механическому и геометрическому приложению производной.2)Изучить приложения производной для исследования функции.3) Начать формирование умений и навыков решения задач в рамках данной темы. | 1) Какие основные свойства функций вы знаете?2) Как можно исследовать функцию?3) Как можно исследовать функцию на монотонность алгебраически?4) Как можно исследовать функцию на экстремум алгебраически? | Изучить и составить конспект, следуя указаниям, решить задание №1.Исследовать функцию у = х³ + х² - 5х - 6 на монотонность и экстремум**.** |
| Группа | 2ТЭМ | Развивающая | Развивать логическое и пространственное мышление. |
| Пара | I | Воспитательная | Воспитывать любознательность и самостоятельность. |
| № занят. | 26 |

Подтвердите своё присутствие на занятии. Составьте конспект в соответствии с требованиями при помощи опорного конспекта занятия и учебника Элементы высшей математики/ Г.В.Григорьев и др. - М.: ИЦ Академия, 2014 г. - 320 с. (ссылка на электронный учебник: https://cloud.mail.ru/public/buNn/ijFYgVJ6h). Фото конспекта отправьте на почту **elenabragina7@gmail.com** до 10.11.21 включительно. Работа должна быть выполнена в рамках рабочего времени, отведенного на занятие по математике. **Чтобы все формулы и символы открывались, необходимо файл скачать на рабочий стол.**

**10.11**

**Исследование функций методами дифференциального исчисления.**

**1) Закрепление геометрического и механического приложения производной (записать в конспект).**

**Пример 1. Составить уравнения касательной и нормали для функции у = 2х² + 4х -2 в точке** $х\_{0}$ **= -2.**

**Решение.**

Имеем у = 2х² + 4х -2, $х\_{0}$ = -2.

Уравнения касательной и нормали имеют вид:

у - у ($х\_{0}$) = у' ($х\_{0}$) ∙ (х -$х\_{0}$) - это уравнение касательной, у - у ($х\_{0}$) = - $\frac{1}{у' (х\_{0})}$∙ (х -$х\_{0}$) - это уравнение нормали.

Найдём недостающие элементы формулы: у ($х\_{0}$) и у' ($х\_{0}$).

у ($х\_{0}$) = у (-2) = 2 ∙ (-2)² + 4 ∙ (-2) - 2 = 2 ∙ 4 -8 - 2 = 8 - 8 - 2 = -2.

у' = 4х +4.

у' ($х\_{0}$) = у' (-2) = 4 ∙ (-2) + 4 = -8 + 4 = -4.

Составим уравнения касательной и нормали:

у + 2 = -4 ∙ (х +2) у + 2 = $\frac{1}{4}$ ∙ (х +2) (умножим на 4 обе части уравнения)

у + 2 +4х + 8 = 0 4у + 8 = х + 2

4х + у +10 = 0. х - 4у -6 = 0.

Ответ: 4х + у +10 = 0, х - 4у -6 = 0.

**Пример 2. В какой момент времени ускорение материальной точки, движущейся прямолинейно и равномерно по закону S(t) = 2t³ - 4t² + 6t будет равно 4 м/с²?**

**Решение.**

Пользуясь механическим приложением производной, имеем:

a(t) = S''(t).

Найдём вторую производную от закона движения последовательно:

S'(t) = 6t² - 8t + 6,

S''(t) = 12 t - 8.

Составим уравнение и решим его:

12 t - 8 = 4

12 t = 12

t = 1(с).

Ответ: 1 с.

**Пример 3. В какой момент времени скорость материальной точки, движущейся по закону** **S(t) = t³ - t + 6 будет равно 2 м/с? Решить самостоятельно.**

**2) Мотивация изучения нового материала. Рассказ преподавателя (ознакомиться).**

Мы знаем, что к элементарным свойствам (характеристикам) функции относятся: область определения (D) и область значений (Е) функции, нули функции (значения аргумента, при которых функция равна нулю), промежутки знакопостоянства функции (промежутки между нулями функции, где функция принимает только положительные или только отрицательные значения), монотонность (возрастание и убывание) функции, чётность (симметричность относительно оси ОХ) и нечётность (симметричность относительно начала координат) функции, периодичность (повтор значений через равный промежуток - период) функции, непрерывность (определяется через предел) функции.

Перечисленные свойства (характеристики) можно исследовать геометрически и алгебраически, они облегчают работу по построению графика функции и были рассмотрены и изучены в рамках школьного курса математики и ОДП.01Математика.

Для алгебраического исследования свойства монотонности (функция возрастает, если, чем больше х, тем больше у; функция убывает, если, чем больше х, тем меньше у) применение определения невозможно.

Благодаря понятию производной, которая связана с монотонным процессом изменения (возрастания и убывания) функции, мы сможем красиво исследовать функцию на монотонность при помощи аппарата алгебры.

**3) Изучение нового материала. Основные теоремы дифференциального исчисления. Рассказ преподавателя (ознакомиться).**

Понятие производной широко используется для исследования функции на монотонность (возрастание и убывание), экстремум (max и min), выпуклость и вогнутость, точки перегиба, на наибольшее и наименьшее значения функции на заданном промежутке.

Эти исследования стали возможны благодаря основным теоремам дифференциального исчисления: теореме Ферма (о наибольшем и наименьшем значении функции), теорема Ролля (о стационарных точках) теорема Лагранжа (о конечных приращениях функции).

**4) Изучение нового материала. Исследование функции на монотонность (изучить и записать в конспект).**

**Теорема.** Если производная функции у = f(x) в заданном промежутке значений х положительна, то функция возрастает в этом промежутке, а если она отрицательна, то функция убывает.

**Алгоритм исследования функции на монотонность.**

1. Найдём первую производную функции у = f(x). т.е. найдём у'.

2. Найдём точки, в которых производная равна 0, т.е. у' = 0, или не существует. Эти точки называются критическими.

3. Изобразим найденные точки на числовой прямой и в каждом полученном интервале определим знак производной.

4. Если у' > 0, то в данном промежутке функция возрастает, если у' < 0, то убывает.

**5) Изучение нового материала. Исследование функции на эксремум. Блочное закрепление (изучить и записать в конспект).**

**Определение.** Функцияу = f(x) имеет максимум при х = а, если при всех х достаточно близких к а, выполняется неравенство

f(а) > f(x). Обозначается **max.**

**Определение.** Функцияу = f(x) имеет минимум при х = а, если при всех х достаточно близких к а, выполняется неравенство

f(а) < f(x). Обозначается **min.**

**Эти точки называются точками экстремума и по теореме Ролля их следует искать среди критических точек из области определения.**

**Алгоритм исследования функции на экстремум.**

1. Найдём первую производную функции у = f(x). т.е. найдём у'.

2. Найдём точки, в которых производная равна 0, т.е. у' = 0, или не существует. Эти точки называются критическими.

3. Изобразим найденные точки на координатной прямой и в каждом полученном интервале определим знак производной.

4. Если при переходе через критическую точку знак производной меняется с "+" на "-", то в данной точке максимум,

если наоборот, то минимум,

если знак производной не меняется, то в данной точке экстремума нет.

Алгоритмы исследования функции на монотонность и экстремум можно объединить.

**Пример 1. Исследовать функцию у = х³ +** $\frac{9}{2}$ **х² - 5 на монотонность и экстремум.**

**Решение.**

у = х³ + $\frac{9}{2}$ х² - 5.

1. у' = 3х² + 9х

2. у' = 0

 3х² + 9х = 0. Сократим на 3.

 х² + 3х = 0. Вынесем общий множитель за скобки.

 х(х + 3) = 0. Произведение равно нулю, если хотя бы один из множителей равен нулю.

 х = 0 или х + 3 = 0

 **х =** -3

3. Изобразим найденные критические точки на координатной прямой:

 у'(х)

 **-3 0 у(х)**

 **max min**

Запишем необходимую информацию:

у возрастает в интервалах (-∞;-3) U (0;+∞), у убывает в интервале (-3;0).

$х\_{max}$ = -3, $у\_{max}$ = у(-3) = (-3)³ + $\frac{9}{2}$ (-3)² - 5 = -27 + 40,5 - 5 = 8,5.

$х\_{min}$ = 0, $у\_{min}$ = у(0) = -5.

**Пример 2. Исследовать функцию у = х³ + 3х² на монотонность и экстремум. Решить самостоятельно.**

**6) Изучение нового материала. Исследование функции на выпуклость и вогнутость и точки перегиба (изучить и записать в конспект).**

**Алгоритм исследования на выпуклость, вогнутость и точки перегиба.**

1. Найдём первую производную функции у = f(x). т.е. найдём у'.

2. Найдём вторую производную функции у = f(x). т.е. найдём у''.

3. Найдём точки, в которых вторая производная равна 0, т.е. у'' = 0, или не существует. Эти точки называются критическими.

4. Изобразим найденные точки на координатной прямой и в каждом полученном интервале определим знак второй производной.

5. Если в интервале знак второй производной больше нуля, то в этом интервале функция вогнута,

если вторая производная меньше нуля, то функция выпукла,

если при переходе через критическую точку вторая производная меняет знак, то в данной точке имеем точку перегиба.

**7)** **Изучение нового материала. Исследование функции на наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке (изучить и записать в конспект).**

**Алгоритм исследования на наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.**

1. Найдём первую производную функции у = f(x). т.е. найдём у'.

2. Найдём точки, в которых производная равна 0, т.е. у' = 0. Эти точки называются критическими.

3. Определим принадлежат ли найденные точки заданному отрезку.

4. Найдём значения функции на концах отрезка и в найденных точках, которые принадлежат отрезку.

5. Выберем наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

**8) Домашнее задание: изучить и составить конспект, следуя указаниям, решить задачу**

**№1.**

**Исследовать функцию у = х³ + х² - 5х - 6 на монотонность и экстремум.**